Colegio Ignacio Carrera Pinto
Matemáticas
Profesor Carlos Torrales
Olmué

Guía 03-Matemáticas-Cuarto Medio Quillay

Estimada familia:

- Si no cuenta con los textos escolares, podrá visualizarlo y descargarlo desde el sitio: www.aprendoenlinea.mineduc.cl/

- Con el fin de apoyar el aprendizaje, puede ver los siguientes vídeos, en la medida de sus posibilidades:
    - https://www.youtube.com/watch?v=TxRpKrQJsdw

- Todas las dudas enviarlas al siguiente correo:
    - **carlostorralesicp@gmail.com**

Objetivos:

- Calcular la inversa de una función y representarla en el plano cartesiano.
    - Realizar arreglos algebraicos.
    - Identificar regularidades al comparar gráficas.

Parte1: ¿Qué es una función? ¿Qué es una función inversa? ¿Todas las funciones tienen inversa?

Una función se puede comparar con una máquina, en donde entra material y sale un producto. Por ejemplo, la función $f(x) = 2x$, es una función en la que entra un número y sale su doble.

$$f(x) = 2x$$

	x	$f(x)$	
Lo que entra	1	2	Lo que sale
	3	6	
	8	16	

Cuando pensamos en la función inversa, estamos buscando una maquina que haga el trabajo opuesto, es decir, siguiendo con el ejemplo anterior, me lleve un valor a su mitad, ósea que al remplazarlo (evaluarlo) en la función me de como resultado la mitad del número evaluado, ósea:

$$f(x) = ¿?x$$

	x	$f(x)$	
Lo que entra	2	1	Lo que sale
	6	3	
	16	8	

Colegio Ignacio Carrera Pinto
Matemáticas
Profesor Carlos Torrales
Olmué

En el caso de la función inversa, sabemos que la función que sirve para encontrar la mitad de los números es

$$f(x) = \frac{x}{2}$$

En efecto, si evaluamos el número 2, $f(2) = \frac{2}{2} = 1$, o si evaluamos el número 16, $f(16) = \frac{16}{2} = 8$.

No todas las funciones tienen inversa, para que esto ocurra, la función debe ser *Biyectiva*, es decir, debe cumplir 2 requisitos:

1. Ser *inyectiva:* Que una función sea inyectiva, quiere decir que es “1 a 1”, ósea, para cada valor de $f(x)$ existe un único valor de x.

Ejemplo: la función $f(x) = 5x$ es inyectiva, pues para cada resultado, existe un único valor de x. Siguiendo la misma idea, si tienes el resultado 5, el único valor que tu remplazas en la función y te da 5 es el 1. Si tienes el valor 15, el único valor que remplazas en la función y te da 15 es el 3, y así.

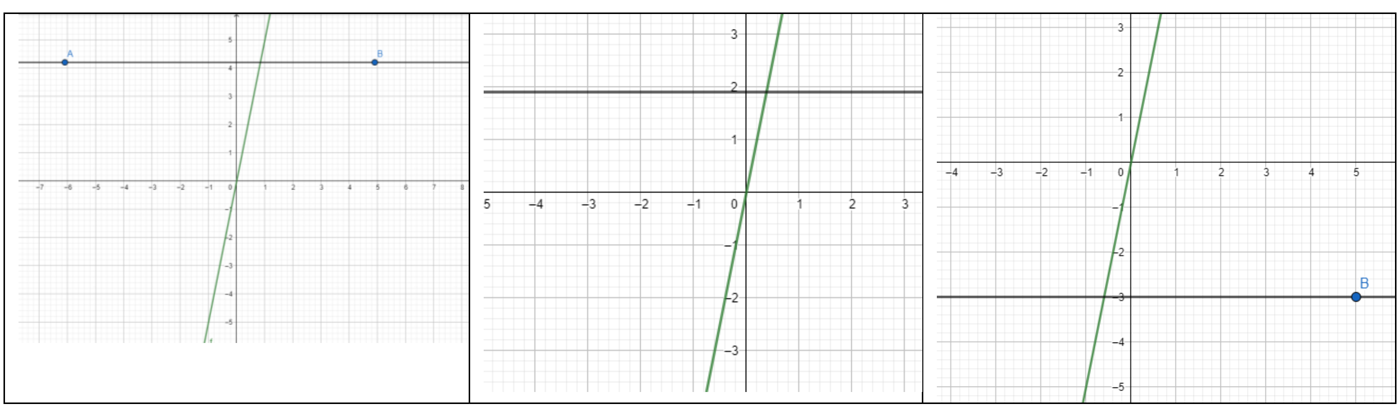
Por otro lado, la función $f(x) = x^2$, no es inyectiva pues para el resultado 9, podemos remplazar la x por 3 y por -3, en efecto, $f(3) = 3^2 = 9$ y $f(-3) = (-3)^2 = 9$. Para el mismo resultado, hay dos valores distintos.

Para saber si una función es inyectiva, un camino es algebraico y otro gráfico. El algebráico está disponible en el video que compartí al inicio de la guía, mientras que el gráfico se puede verificar fácilmente en geogebra.

Cuando gráficas, si trazas una recta horizontal y corta en 2 o mas puntos la gráfica, esta no es inyectiva, en cambio si corta solo en 1 punto es inyectiva.

Ejemplos:

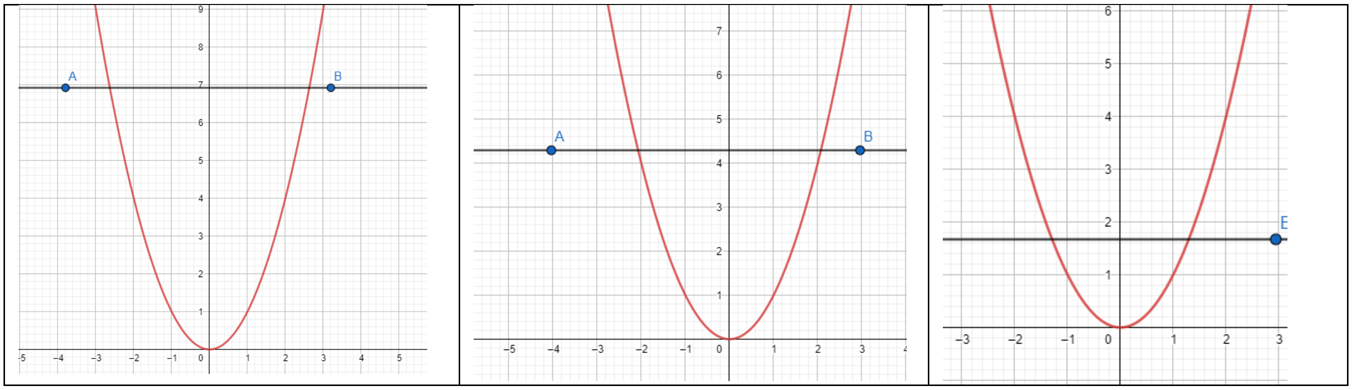
$$f(x) = 5x$$



En el caso de arriba, esa recta horizontal, en ningún momento corta dos veces la gráfica, por lo tanto, es inyectiva.

Colegio Ignacio Carrera Pinto
Matemáticas
Profesor Carlos Torrales
Olmué

$$f(x) = x^2$$



En el caso anterior, la función no inyectiva, pues observa que, al trazar una recta horizontal, esta corta dos veces la gráfica. Si esto ocurre, aunque no sea siempre, la función NO es inyectiva.

2. Ser *sobreyectiva:* Para que una función sea *sobreyectiva,* basta con que el condominio sea igual al recorrido, está frase que parece compleja, es muy sencillo de lograr, y basta un arreglo matemático que se los enseñaré en clases presenciales. Por ahora, asumiremos que todas las funciones son sobreyectivas.

Para calcular la inversa, también hay más de un camino. El primero es el algebraico que explicaré a continuación, y el segundo, el camino gráfico, lo deducirán ustedes a partir de las actividades.

Para encontrar una inversa debemos seguir 3 pasos:

Paso 1comprobar que la función sea inyectiva y sobreyectiva. En el caso de esta guía comprobaremos solamente que sea inyectiva. Para hacer esto, se puede usar el método algebraico (video) o el gráfico (visto recién).

Paso 2: Si la función es inyectiva y sobreyectiva, es biyectiva, y por lo tanto tiene inversa. Para su cálculo se realizan los siguientes pasos, que veremos con un ejemplo.

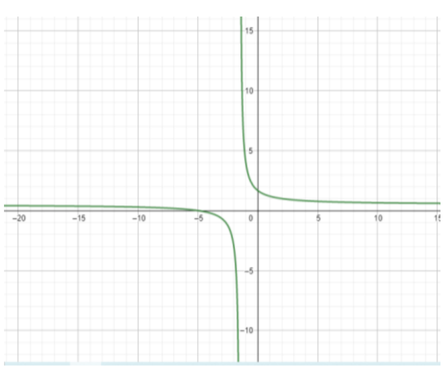
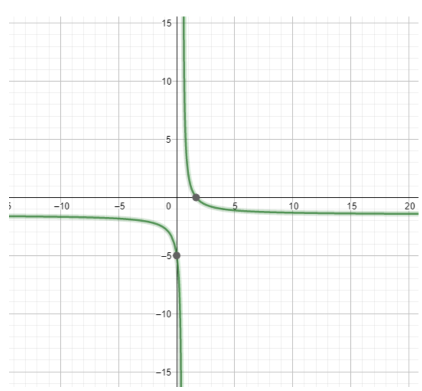
Colegio Ignacio Carrera Pinto
Matemáticas
Profesor Carlos Torrales
Olmué

Calcular la función inversa de $f(x) = \frac{5+x}{2x+3}$

Paso	Que se hace	Matemáticamente
1	Cambiamos $f(x)$ por y	$y = \dfrac{5+x}{2x+3}$
2	Intercambiamos las letras x e y	$x = \dfrac{5+y}{2y+3}$
3	Despejamos la letra y	$x \cdot (2y+3) = 5+y$ $2xy + 3x = 5 + y$ $2xy - y = 5 - 3x$ $y(2x-1) = 5 - 3x$ $y = \frac{5-3x}{2x-1}$
4	Escribirlo como una función inversa	$f^{-1}(x) = \dfrac{5-3x}{2x-1}$

Básicamente son los mismos pasos que el video, pero con otra función.

Observa cómo se ven las gráficas:

$f(x) = \dfrac{5+x}{2x+3}$	$f^{-1}(x) = \dfrac{5-3x}{2x-1}$
	

En una próxima guía veremos como saber si dos funciones son inversas una de la otra, solo mirando la gráfica. De igual forma, si quieres adelantar, observa que pasa en el mismo plano cartesiano si gráficas ambas, y además la función $y = x$

Actividad: En tu cuaderno, verifica si las siguientes funciones tienen inversa, y en caso de tener inversa, calcúlala y realiza un bosquejo. Es decir, por cada función debes realizar 3 pasos. Verificar que tenga inversa, calcular la inversa, y graficarla (puedes hacerla en geogebra y copiar un esbozo simple).

$f(x) = \dfrac{3x-6}{2+x}$	$f(x) = \dfrac{x+2}{6x-3}$	$f(x) = 4x^2$	$f(x) = \dfrac{2x}{5}$	$f(x) = \dfrac{5}{2x}$